

การวิเคราะห์สแต็ปไซส์ปรับตัวได้ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน  
สำหรับตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์

**Analysis of Adaptive Step-size Normalised Least Mean Fourth Algorithm  
for Spline Adaptive Filtering**

สุชาดา ลิทธิงสถาพร\* ชีรยศ เวียงทอง\*\* และ กานวิทย์ โภคโดยอุดม\*

\*สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันนวัตกรรมมหานคร คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร

\*\*ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

Corresponding author: [ssuchada@mut.ac.th](mailto:ssuchada@mut.ac.th)

**บทคัดย่อ**

บทความนี้ได้นำเสนอตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน โดยตัวกรองแบบปรับตัวได้ที่นำเสนอขึ้นเป็นการปรับปรุงและพัฒนาอัลกอริทึมให้สัมพันธ์ของตัวกรองผู้เข้าค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยได้อธิบายทฤษฎีพื้นฐานของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ และการออกแบบอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานที่ปรับตัวได้ เปรียบเทียบกับอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน รวมถึงการใช้อัลกอริทึมค่าเฉลี่ยปรับตัวได้สำหรับการหาค่าสแต็ปไซส์ที่สามารถปรับตัวได้ ผลที่ได้จากการจำลองแสดงได้ว่าตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน สามารถปรับตัวแล้วผู้เข้าสู่ค่าคงที่ในสภาวะคงตัวอย่างรวดเร็ว เมื่อทำการเปรียบเทียบข้อผิดพลาดของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานกับอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานพบว่า ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานสำหรับตัวแปรสแต็ปไซส์ชนิดปรับตัวได้ จะได้อัตราการผิดพลาดผู้เข้าสู่สภาวะคงตัวอย่างเร็วกว่าอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

**คำสำคัญ:** ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ อัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน สแต็ปไซส์ปรับตัวได้ อัลกอริทึมปรับตัวได้

**Abstract**

This paper presents the spline adaptive filtering which the least mean fourth algorithm is used for cost function. Structure of spline adaptive filtering is described shortly. Normalised least mean fourth algorithm for minimised cost function can converge to optimum values with the fast convergence rate. Adaptive step-size algorithm is derived with an adaptive averaging algorithm. Experimental results depict that

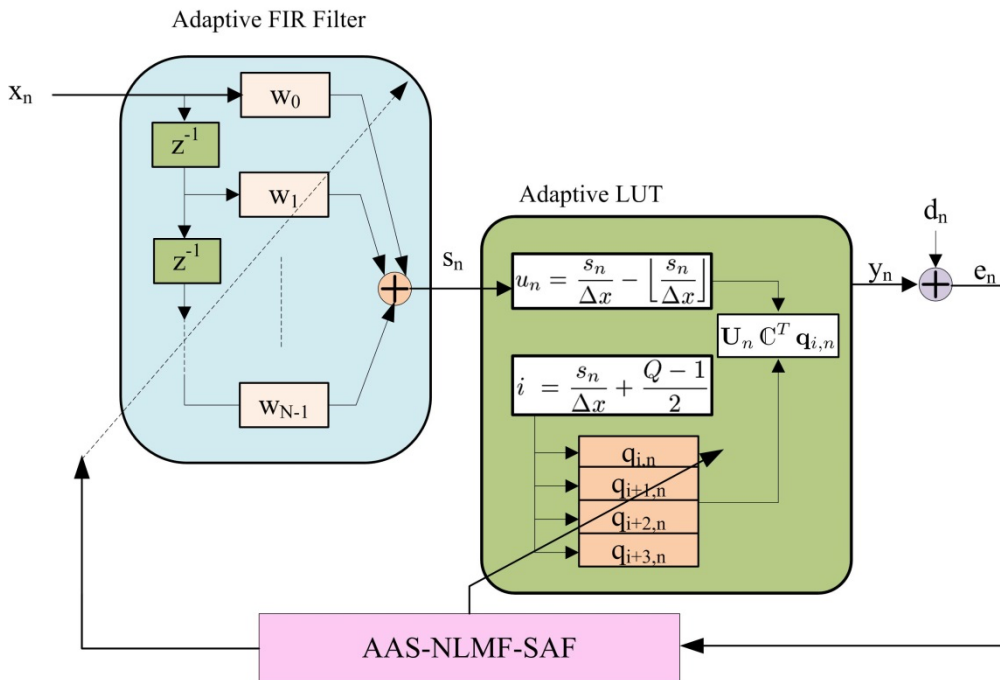
the proposed spline adaptive filtering based on normalized least mean fourth algorithm with adaptive step-size parameter can reduce the estimated error rate compared with the traditional least mean square algorithm that can dramatically converge to the steady-state.

**Keywords:** Spline adaptive filtering, Normalised least mean fourth algorithm, adaptive step-size mechanism, adaptive algorithm

**1. บทนำ**

ตัวกรองปรับตัวได้เชิงเส้น (Linear adaptive filtering: LAF) เป็นตัวกรองดิจิทัลที่มีลักษณะการปรับตัวได้เองชนิดเชิงเส้น โดยมีความสามารถในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ตัวกรองโดยอัตโนมัติเพื่อปรับสัญญาณอินพุตผ่านอัลกอริทึมแบบปรับตัวได้ ซึ่งตัวกรองปรับตัวได้แบบเชิงเส้น (LAF) มีบทบาทสำคัญในการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล (Digital Signal Processing : DSP) ในด้านต่าง ๆ เช่น การยกเลิกเสียงก้องโทรศัพท์ (echo cancellation) [1] การตัดเสียงรบกวน (active noise control) [2] การปรับปรุงและวิเคราะห์สัญญาณชีวการแพทย์ (biomedical data analysis) [3] การควบคุมสัญญาณรบกวนแบบแอดทีฟในระบบสื่อสารแบบดิจิทัล (Digital Communications) [4]

ต่อมาจะพบว่าปัญหาจากการใช้ตัวกรองชนิดเชิงเส้นในการแก้ปัญหาจริงนั้นพบว่า มีข้อจำกัดมากมาย และด้วยเทคโนโลยีที่ก้าวหน้ามากขึ้น ทำให้มีกานาระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear system) มาใช้ในงานวิจัยเพื่อใช้ในการแก้ปัญหามากขึ้น [5] มีงานวิจัยได้นำเสนอการประยุกต์ตัวกรองปรับตัวได้ชนิดไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear adaptive filtering) มาใช้งานในทางการประมวลผลสัญญาณมากขึ้น ได้แก่ ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ (Spline adaptive filtering: SAF) [5-10] ซึ่งเป็นตัวกรองปรับตัวได้ชนิดไม่เป็นเชิงเส้นที่มีการนำมาใช้ในงานหลากหลาย ได้แก่ การจำแนกระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear system identification) [6] และระบบสัญญาณรบกวนแบบอิมพัลส์ซีฟแอดทีฟ (impulsive noise) [7-8]



รูปที่ 1 โครงสร้างตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ที่มีสเต็ปไซส์ปรับตัวได้ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน (AAS-NLMF-SAF)

โครงสร้างของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ (SAF) [5] ประกอบด้วยสองส่วนต่อกัน โดยส่วนที่หนึ่งเป็นตัวกรองปรับตัวได้ที่มีผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัดชนิดเชิงเส้น (adaptive linear finite impulse response (FIR) filtering) ที่มีเวกเตอร์สัมประสิทธิ์เชิงเส้นแบบปรับตัวได้ต่อกับส่วนที่สองเป็นตัวกรองปรับตัวได้ชนิดไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear adaptive filtering) ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ปรับตัวได้ชนิดจุดควบคุม (adaptive control points coefficient) ที่อยู่ในรูปของตารางปรับตัวได้ (adaptive Lookup table : adaptive LUT) โดยการนำสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์จุดควบคุมที่มีการกำหนดช่วงด้วยฟังก์ชันสไปลน์ (spline interpolation) โดยมีการนำเงื่อนไขในการอัปเดตสัมประสิทธิ์ของตัวกรองที่เหมาะสม (optimization scheme) มาใช้ในการทำงาน

จากบทความ [9-10] พบว่า สามารถปรับปรุงประสิทธิภาพของตัวกรองแบบปรับตัวได้ที่ใช้วิธีเกรเดียนต์ (gradient method) ร่วมกับการปรับสเต็ปไซส์ (step-size parameter) เพื่อให้มีประสิทธิภาพการลู่เข้ารวดเร็วขึ้นสำหรับอัลกอริทึมกำลังสี่น้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน (Normalised least mean fourth algorithm: NLMF) จัดเป็นอัลกอริทึมประเภทสโตแคสติก (stochastic algorithm) ที่มีประสิทธิภาพในการลู่เข้าของอัลกอริทึมที่รวดเร็ว [11] พบว่ามีการนำ NLMF ร่วมกับตัวกรองปรับตัวได้นำไปประยุกต์กับการใช้งานในสภาพแวดล้อมที่ไม่เป็นแบบเกาส์เซียน (non-Gaussian environment) ซึ่งมีประสิทธิภาพในการทนทาน (robustness performance) ต่อระบบก่อดัชนีถูกรบกวนได้

ต่อมามีการนำเสนอการประยุกต์ใช้วิธีแบบเวลาเฉลี่ย (time averaging method) กับการหาค่าสเต็ปไซส์แบบปรับตัวได้ (adaptive step-size algorithm) ได้นำเสนอใน [12] พบว่า สามารถติดตามระบบได้อย่างรวดเร็วโดยใช้การคำนวณที่มีความซับซ้อนต่ำ

ดังนั้นในบทความนี้ผู้เขียนได้นำเสนอการวิเคราะห์ค่าสเต็ปไซส์แบบปรับตัวได้โดยประยุกต์ด้วยการเฉลี่ย (adaptive averaging step-size method) สำหรับตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์โดยเลือกใช้อัลกอริทึม NLMF นำมาใช้เป็นฟังก์ชันต้นทุนสำหรับโครงสร้างตัวกรองแบบปรับตัวได้แบบสไปลน์ (SAF) ที่ได้นำเสนอใน [13] ซึ่งการนำวิธีการหาค่าสเต็ปไซส์แบบปรับตัวได้มาประยุกต์เพิ่มเติม เพื่อปรับปรุงให้ได้อัตราการลู่เข้าที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

## 2. สถาปัตยกรรมของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์

สถาปัตยกรรมของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ (SAF) [5,13] ซึ่งประกอบด้วยบล็อกโครงสร้าง 2 ส่วนที่ประกอบด้วยโครงสร้างชนิดเป็นเชิงเส้นและโครงสร้างไม่เป็นเชิงเส้นต่อกันดังแสดงในรูปที่ 1 ได้แก่ บล็อกโครงสร้างที่เป็นเชิงเส้น (linear structure) จะเป็นโครงสร้างเชิงเส้นชนิดผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัดที่ปรับตัวได้ (Adaptive linear FIR) filtering สำหรับสัมประสิทธิ์  $w_n$  ต่อกับบล็อกโครงสร้างที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear structure) ซึ่งจะเป็นโครงสร้างแบบตาราง LUT (adaptive Lookup Table: LUT) โดยมีการใช้ฟังก์ชันสไปลน์ (spline function) สำหรับการแบ่งช่วงแบบสไปลน์ (spline interpolation) สำหรับสัมประสิทธิ์  $q_{i,n}$

จากรูปที่ 1 พบว่าสัญญาณ  $x_n$  เป็นเวกเตอร์สัญญาณอินพุตที่ขาเข้าของบล็อก LUT พบว่าสัญญาณ  $s_n$  ซึ่งเป็นเอาต์พุตของบล็อก FIR ดังนี้

$$s_n = \mathbf{w}_n^T \mathbf{x}_n \quad (1)$$

เมื่อ  $\mathbf{w}_n$  เป็นสัมประสิทธิ์เชิงเส้นปรับตัวได้

ต่อมาความสัมพันธ์ของค่าผิดพลาดของระบบ  $e_n$  หาได้จาก

$$e_n = d_n - y_n \quad (2)$$

เมื่อ  $d_n$  เป็นสัญญาณที่ต้องการและ  $y_n$  เป็นสัญญาณเอาต์พุต เมื่อสัญญาณ  $y_n$  ที่ได้จากตัวกรองแบบปรับตัวได้ด้วยตาราง เปรียบเทียบ (Adaptive Lookup Table) จะเป็นผลรวมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของสัมประสิทธิ์ตัวกรองกับสัญญาณอินพุต  $s_n$  จะได้ว่า

$$y_n = \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \quad (3)$$

$$\mathbf{u}_n = [u_n^3, u_n^2, u_n, 1]^T \quad (4)$$

เมื่อกำหนดตัวแปร  $C$  และดัชนี  $i$  ดังนี้

$$u_n = \frac{s_n}{\Delta x} - \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor \quad (5)$$

$$i = \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor + \frac{Q-1}{2} \quad (6)$$

เมื่อ  $\Delta x$  เป็น ค่าระหว่างสัมประสิทธิ์จุดควบคุมสองค่าติดกัน และ  $Q$  เป็นจำนวนของสัมประสิทธิ์ที่ใช้และ  $\lfloor \cdot \rfloor$  เป็นตัวดำเนินการแบบฟลออร์ (floor operator) ส่วน  $\mathbf{C}$  เป็นเมตริกซ์พื้นฐานแบบสไปไลน์ (spline basis matrix) [5] โดย  $u_n$  เป็นค่าพิกัดระหว่างจุดสองจุดโดยมีเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรองที่ไม่เป็นเชิงเส้น

### 3. ตัวกรองปรับตัวแบบสไปไลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เหลี่ยมแบบบรรทัดฐานโดยใช้สเต็ปไซส์ปรับตัวได้

ฟังก์ชันต้นทุน (cost function) ที่ใช้สำหรับออกแบบเวกเตอร์สัมประสิทธิ์  $\mathbf{w}_n$  และเวกเตอร์สัมประสิทธิ์  $\mathbf{q}_{i,n}$  ของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปไลน์โดยใช้อัลกอริทึม NLMF [12] มีดังนี้

$$J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n}) = \min \left\{ \frac{1}{2} (\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)^{-1} |e_n|^4 \right\} \quad (7)$$

เมื่อกำหนดค่าความผิดพลาด  $e_n$  หาได้จาก

$$e_n = d_n - \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \quad (8)$$

กำหนดการอัปเดตเวกเตอร์สัมประสิทธิ์  $\mathbf{w}_n$  โดยใช้การหาอนุพันธ์หรือเกรเดียนต์ของฟังก์ชันต้นทุนที่กำหนดในสมการที่ (6) จะได้ว่า

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n - \mu_w \frac{\partial J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})}{\partial \mathbf{w}_n} \quad (9)$$

โดยทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันในสมการที่ (7) เทียบกับเวกเตอร์สัมประสิทธิ์เวกเตอร์  $\mathbf{w}_n$  ได้ดังนี้

$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})}{\partial \mathbf{w}_n} = - \frac{2 e_n^3}{(\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)} \frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n} \quad (10)$$

ทำการหา  $\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n}$  ได้ดังนี้

$$\frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{w}_n} = \frac{\partial y_n}{\partial u_n} \frac{\partial u_n}{\partial s_n} \frac{\partial s_n}{\partial \mathbf{w}_n} = - \frac{2 e_n^3}{\Delta x} \dot{\mathbf{u}}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \mathbf{x}_n \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_n = [3u_n^2, 2u_n, 1, 0] \quad (12)$$

ต่อมาแทนสมการที่ (10) และ (11) ลงในสมการที่ (9) ดังนั้นสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของ  $\mathbf{w}_n$  จะได้ว่า

$$\therefore \mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \frac{\mu_{w_n}}{(\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)} \dot{\mathbf{u}}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \mathbf{x}_n e_n^3 \quad (13)$$

เมื่อ  $\mu_{w_n}$  เป็นค่าสเต็ปไซส์ปรับตัวได้สำหรับสัมประสิทธิ์เวกเตอร์  $\mathbf{w}_n$

ต่อมา สัมประสิทธิ์ของตัวกรอง  $\mathbf{q}_{i,n}$  สามารถหาค่าได้ดังนี้

$$\mathbf{q}_{i,n+1} = \mathbf{q}_{i,n} - \mu_q \frac{\partial J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})}{\partial \mathbf{q}_{i,n}} \quad (14)$$

โดยทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต้นทุนในสมการที่ (7) เทียบกับเวกเตอร์สัมประสิทธิ์เวกเตอร์  $\mathbf{q}_{i,n}$  ได้ดังนี้

$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_n, \mathbf{q}_{i,n})}{\partial \mathbf{q}_{i,n}} = - \frac{2 e_n^3}{(\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)} \frac{\partial y_n}{\partial \mathbf{q}_{i,n}} = - \frac{2 e_n^3}{(\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)} \mathbf{C}^T \mathbf{u}_n \quad (15)$$

แล้วแทนค่าสมการที่ (13) ในสมการที่ (12) ดังนั้นสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของ  $\mathbf{q}_{i,n}$  จะหาได้ดังนี้

$$\therefore \mathbf{q}_{i,n+2} = \mathbf{q}_{i,n} + \frac{\mu_{q_n}}{(\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)} \mathbf{C}^T \mathbf{u}_n e_n^3 \quad (16)$$

เมื่อ  $\mu_{q_n}$  เป็นค่าสเต็ปไซส์สำหรับสัมประสิทธิ์เวกเตอร์  $\mathbf{q}_{i,n}$

การเพิ่มความเร็วกการลู่เข้าของอัลกอริทึมเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ตัวกรองนั้น สามารถประยุกต์ใช้วิธีปรับค่าสเต็ปไซส์แบบปรับตัวได้ (Adaptive Averaging Step - Size Mechanism) [9, 12, 14] โดยมีหลักการคือ เมื่ออัลกอริทึมยังไม่เข้าใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมที่สุด (Optimum Tap Weight- Coefficients) ค่าสเต็ปไซส์ของอัลกอริทึมนั้นควรมีค่ามากเพื่อเพิ่มความเร็วในการลู่เข้า หลังจากนั้นค่าสเต็ปไซส์จะมีค่าน้อยเมื่ออัลกอริทึมลู่เข้าใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมที่สุด

ค่าสเต็ปไซส์แบบปรับตัวได้  $\mu_{w_n}$  ที่นำเสนอตั้งต่อไปนี้ใช้การประมาณค่าสหสัมพันธ์ตัวเองของค่าความผิดพลาดค่าใหม่และค่าความผิดพลาดเก่า  $\{e_{n-1}^*, e_n\}$  ตามลำดับ เพื่อควบคุมการปรับค่าสเต็ปไซส์ของอัลกอริทึม โดยค่าเฉลี่ยการประมาณค่าความผิดพลาดนี้และสมการปรับ

ค่าสแต็ปไซส์ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (17) และสมการที่ (18) ตามลำดับ

$$\mu_{w_n} = \alpha_w \cdot \mu_{w_{n-1}} + \beta_w \cdot |\xi_n|^2 \quad (17)$$

$$\xi_n = \gamma \cdot \xi_{n-1} + (1 - \gamma)\{e_{n-1}^* e_n\} \quad (18)$$

โดยค่าคงที่  $\gamma$  มีค่าอยู่ในช่วง  $0 < \gamma < 1$  และ  $\beta_w$  คือตัวแปรอิสระเพื่อสเกลการทำนายค่าความผิดพลาด (Prediction error) และ  $\alpha_w$  คืออัตราส่วนของค่าใหม่ต่อค่าเก่าของ  $\mu_{w_n}$  เพื่อนำมาใช้คำนวณเป็น  $\xi_n$  ค่าใหม่ โดยกำหนดให้มีค่าเข้าใกล้ 1

ค่าสแต็ปไซส์แบบปรับตัวได้  $\mu_{q_n}$  จะหาได้จากค่าความผิดพลาดปัจจุบันกำลังสอง เพื่อใช้ในการควบคุมการปรับค่าสแต็ปไซส์ ดังนี้

$$\mu_{q_n} = \alpha_q \cdot \mu_{q_{n-1}} + \beta_q \cdot \zeta_n \quad (19)$$

$$\zeta_n = \gamma \cdot \zeta_{n-1} + (1 - \gamma) \cdot e_n^2 \quad (20)$$

### 5. การจำลองการทำงานและผลการทดลองที่ได้

การจำลองการทำงานเมื่อสัญญาณอินพุต  $\mathbf{x}_n$  ที่ใช้สำหรับการทดลอง กำหนดดังนี้ [7]

$$\mathbf{x}_n = a \cdot \mathbf{x}_{n-1} + \sqrt{1 - a^2} \cdot \xi_n \quad (21)$$

เมื่อ  $\xi_n$  เป็นสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และ  $0 \leq a < 1$

สัมประสิทธิ์ของตัวกรองแบบไม่เป็นเชิงเส้นชนิดตารางเปรียบเทียบ (LUT)  $\mathbf{q}_0$  ที่เป็นฟังก์ชันเป้าหมาย (target function) ดังนี้ [5]

$$\mathbf{q}_0 = \{-2.2, -2.0, -1.8, \dots, -1.0, -0.8, -0.91, \dots, -0.40, 0.58, 1.0, \dots, 1.0, 1.2, 1.4, \dots, 2.2\} \quad (22)$$

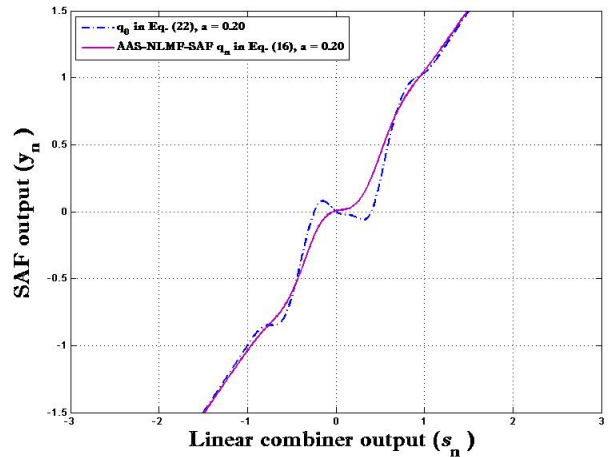
และมีสัมประสิทธิ์ของตัวกรองแบบเชิงเส้น  $\mathbf{w}_0$  ดังนี้

$$\mathbf{w}_0 = [0.6 \quad -0.4 \quad 0.25 \quad -0.15 \quad 0.1 \quad -0.05 \quad 0.001]^T \quad (23)$$

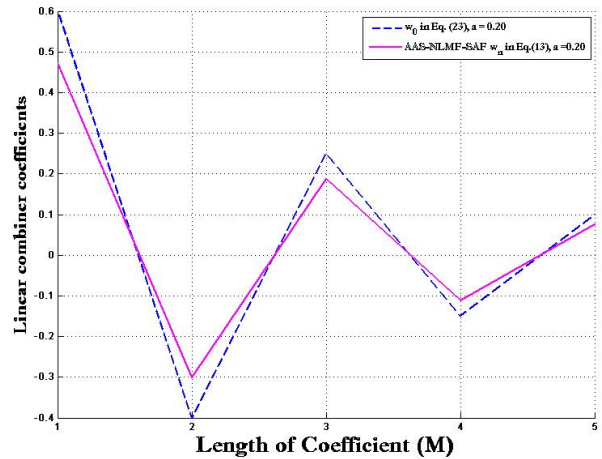
เมื่อกำหนด C เป็นเมตริกซ์ Catmul-Rom ( $C_{CR}$ ) มีค่าดังนี้

$$C_{CR} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

เมื่อกำหนดให้ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปปลน์ (SAF) มีค่าเริ่มต้น ดังนี้  $M = 5$ ,  $SNR = 35dB$ ,  $\mu_{q(0)} = \mu_{w(0)} = 0.0125$  และ  $Q = 3$ ,  $\Delta x = 0.2$  และ  $a = [0.20, 0.45]$



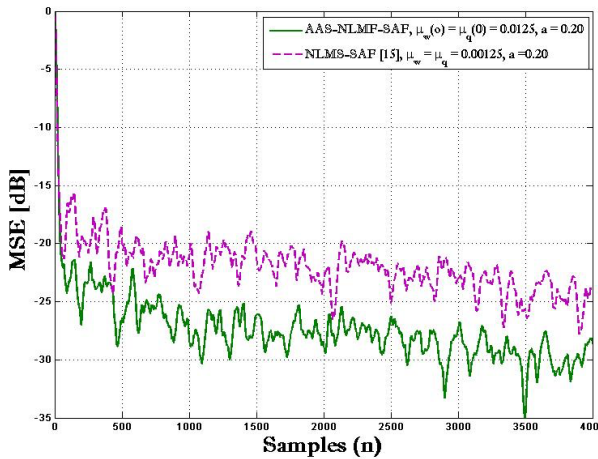
รูปที่ 2 การเปรียบเทียบระหว่างฟังก์ชันเป้าหมาย (target function) เปรียบเทียบกับสัมประสิทธิ์เวกเตอร์จุดควบคุมที่ปรับตัว เมื่อกำหนดให้ SNR=35dB



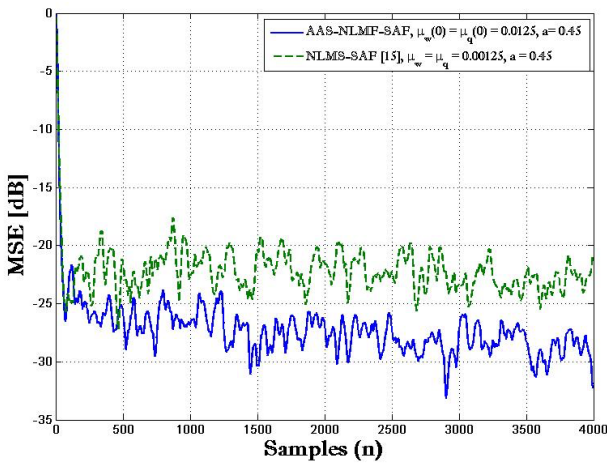
รูปที่ 3 การเปรียบเทียบระหว่างโมเดลสัมประสิทธิ์ของตัวกรองเชิงเส้นในสมการที่ (13) กับสัมประสิทธิ์ตัวกรองปรับตัวได้ เมื่อ SNR=35dB

จากรูปที่ 2 แสดงเอาท์พุทที่เป็นเวกเตอร์  $\mathbf{s}_n$  เมื่อกำหนดให้ SNR = 35dB และ  $a = 0.20$  พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ที่ปรับตัวได้  $\mathbf{q}_{i,n}$  จากสมการที่ (16) สามารถปรับตัวได้เข้าใกล้ค่า  $\mathbf{q}_0$  ในสมการที่ (22) สังเกตได้ว่า ลักษณะของเวกเตอร์  $\mathbf{s}_n$  จะมีลักษณะโค้งงอได้ เหมือนกระดุกสันหลัง (spline)

จากรูปที่ 3 แสดงสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรอง  $\mathbf{w}_n$  เมื่อกำหนดให้ SNR = 35dB และ  $a = 0.20$  โดยมี พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้เวกเตอร์ที่ปรับตัวได้  $\mathbf{w}_n$  ด้วยอัลกอริทึม AAS-NLMP จากสมการที่ (13) สามารถปรับตัวได้เข้าใกล้ค่า  $\mathbf{w}_0$  ในสมการที่ (23) ได้ ซึ่งใกล้เคียงกัน



รูปที่ 4 เส้นโค้งของค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวกรองปรับตัวได้ LMS-SAF [5] เปรียบเทียบกับ NLMS-SAF [15] เมื่อกำหนดให้ SNR = 35dB



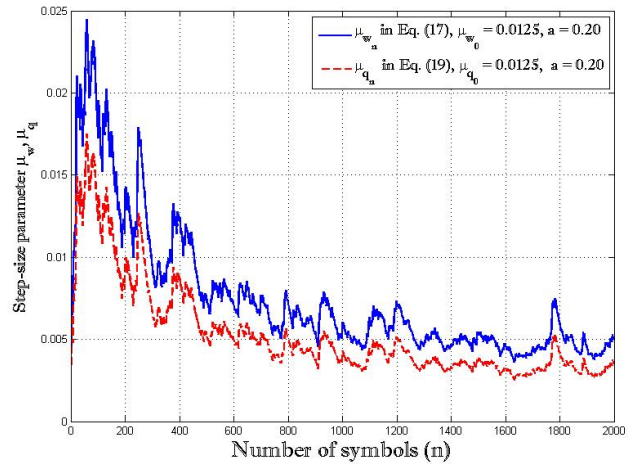
รูปที่ 5 เส้นโค้งของค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของตัวกรองปรับตัวได้ LMS-SAF [5] เปรียบเทียบกับ NLMS-SAF [15] เมื่อกำหนดให้ SNR = 35dB

ค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด (Mean Square Error: MSE<sub>n</sub>) ของตัวกรองปรับตัวได้ที่ได้นำเสนอ AAS-NLMP-SAF จะสามารถคำนวณได้จาก

$$MSE_n = 10 \log \left( E \left\{ (d_n - \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n})^2 \right\} \right) \quad (25)$$

เมื่อ  $\mathbf{C}$  เป็นเมตริกซ์ Catmul-Rom แสดงในสมการที่ (24)

โดยพบว่า รูปที่ 4 แสดงกราฟเส้นโค้งของค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุด โดยเปรียบเทียบอัลกอริทึม AAS-NLMP ที่ได้นำเสนอกับอัลกอริทึมกำลังสองน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน (NLMS) [15] พบว่า ค่า MSE ที่ได้จากอัลกอริทึม AAS-NLMP ที่ได้นำเสนอนั้น สามารถเข้าสู่สภาวะคงตัวเร็วกว่าอัลกอริทึม NLMS [15]



รูปที่ 6 เส้นโค้งของค่าสเกลปรับค่า  $\mu_{w_n}$  จากสมการที่ (17) และ  $\mu_{q_n}$  จากสมการที่ (19) เมื่อกำหนดให้ SNR = 35dB

จากรูปที่ 6 เส้นโค้งของค่าตัวแปรสเกลปรับค่าของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลนด้วยอัลกอริทึมกำลังสองน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานชนิดปรับตัวได้ (AAS-NLMP) เมื่อ  $a = 0.20$  โดยใช้ SNR = 35 dB พบว่าค่าที่ได้สามารถปรับเข้าสู่สภาวะคงตัวได้

### 3. สรุป

บทความนี้ได้นำเสนอตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลนด้วยอัลกอริทึมกำลังสองน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานที่ใช้ตัวแปรสเกลปรับค่าได้ ซึ่งนำเสนอสถาปัตยกรรมโครงสร้างของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน โดยใช้เงื่อนไขอัลกอริทึมกำลังสองน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานและสเกลปรับค่าได้เพื่อให้สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรองปรับตัวได้ทั้งหมดสามารถเข้าสู่ค่าที่เหมาะสมที่สุดได้อย่างรวดเร็ว

บทความนี้ได้นำเสนอการออกแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการสร้างตัวกรองปรับตัวได้โดยใช้พื้นฐานเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์และการใช้กฎลูกโซ่ผลที่ได้จากการจำลองการทำงาน พบว่า สัมประสิทธิ์เวกเตอร์ของตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลนด้วยอัลกอริทึมกำลังสองน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน สามารถปรับตัวแล้วเข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่งได้ในสภาวะคงตัวได้

**ตารางที่ 1** การออกแบบตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เฉลี่ยน้อยที่สุดแบบบรรทัดฐานโดยใช้สแต็ปไซส์เฉลี่ยปรับตัวได้ (Adaptive Averaging Step-Size Normalised Least Mean Fourth algorithm: AAS-NLMF)

ค่าเริ่มต้น :  $\mathbf{w}(0) = \delta_w \cdot [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ ,  $\mathbf{q}(0) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ ,  
for  $n = 0, 2, \dots, N - 1$ .

- 1) คำนวณหาเวกเตอร์  $\mathbf{s}_n$

$$\mathbf{s}_n = \mathbf{w}_n^T \mathbf{x}_n$$

- 2) คำนวณหา  $u_n$  และค่าดัชนี

$$u_n = \frac{s_n}{\Delta x} - \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor$$

$$i = \left\lfloor \frac{s_n}{\Delta x} \right\rfloor + \frac{Q-1}{2}$$

- 3) คำนวณหาค่าผิดพลาด  $e_n$

$$e_n = d_n - \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n}$$

$$C_{CR} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- 4) คำนวณหาค่าสแต็ปไซส์ปรับตัวได้  $\mu_{w_n}$

$$\mu_{w_n} = \alpha_w \cdot \mu_{w_{n-1}} + \beta_w \cdot |\xi_n|^2$$

$$\xi_n = \gamma \cdot \xi_{n-1} + (1 - \gamma) e_n^2$$

- 5) คำนวณหาค่าสแต็ปไซส์ปรับตัวได้  $\mu_{q_n}$

$$\mu_{q_n} = \alpha_q \cdot \mu_{q_n} + \beta_q \cdot \zeta_n$$

$$\zeta_n = \gamma \cdot \zeta_{n-1} + (1 - \gamma) \cdot e_n^2$$

- 6) คำนวณหาเวกเตอร์สัมประสิทธิ์  $\mathbf{w}_n$

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \frac{\mu_{w_n}}{(\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)} \mathbf{u}_n^T \mathbf{C} \mathbf{q}_{i,n} \mathbf{x}_n e_n^3$$

- 7) คำนวณหาเวกเตอร์สัมประสิทธิ์  $\mathbf{q}_{i,n}$

$$\mathbf{q}_{i,n+2} = \mathbf{q}_{i,n} + \frac{\mu_{q_n}}{(\mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n)} \mathbf{C}^T \mathbf{u}_n e_n^3$$

end

## เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Scarpiniti, D. Comminiello, R. Parisi, A. Uncini, "Comparison of Hammerstein and Wiener systems for nonlinear acoustic echo cancelers in reverberant environments", in *Proc. International Conference on Digital Signal Processing (DSP'2011)*, Corfu, Greece, pp. 1–6, 2011.
- [2] V. Patel, N.V. George, "Nonlinear active noise control using spline adaptive filters", *Applied Acoustics*, vol. 93, pp. 38–43, 2015.
- [3] K.J. Hunt, M. Munih, N.N. Donaldson, F.M.D. Barr, "Investigation of the Hammerstein hypothesis in the modeling of electrically stimulated muscle", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 45, no. 8, pp. 99–1009, 1998.
- [4] Z. Zhu, H. Leung, "Adaptive identification of nonlinear systems with application to chaotic communications", *IEEE Transactions on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 7, pp. 1072–1080, 2000
- [5] M. Scarpiniti, D. Comminiello, R. Parisi and A. Uncini, "Nonlinear spline adaptive filtering", *Signal Processing*, vol. 93, Issue. 4, pp. 772–783, 2013.
- [6] C. Liu, Z. Zhang, X. Tang, "Sign normalised spline adaptive filtering algorithms against impulsive noise", *Signal Processing*, vol. 148, Issue. 6, pp. 234-240, 2018.
- [7] S. Guan, Z. Li, "Normalised spline adaptive filtering algorithm for nonlinear system identification", *Neural Processing Letter*, vol. 5, pp. 1-13, 2017.
- [8] C. Liu and Z. Zhang, "Set-membership normalised least M-estimate spline adaptive filtering algorithm in impulsive noise", *Electronics Letters*, vol. 54, no. 6, pp. 393-395, 2018.
- [9] A. Saenmuang and S. Sitjongsatoporn, "Convergence and Stability Analysis of Spline Adaptive Filtering based on Adaptive Averaging Step-size Normalised Least Mean Square Algorithm, *International Journal of Intelligent Engineering & System (IJIES)*, vol. 13, no. 2, pp. 267-277, 2020.
- [10] T. Wangtong, S. Sitjongsatoporn, "Analysis of Normalized Orthogonal Gradient Adaptive Algorithm based on Spline Adaptive Filtering for Smart Communication Technology", *Journal of Mobile Multimedia (JMM)*, vol. 17-4, pp. 657-672, 2021.
- [11] X.Wang and J. Han, "Affine Projection Algorithm based on Least Mean Fourth Algorithm for System Identification", *IEEE Access*, vol. 8, pp. 11930-11938, 2020.
- [12] S. Sitjongsatoporn and P. Yuvapositionan, "Low Complexity Adaptive Step-Size Filtered Gradient-based Per-Tone DMT

Equalisation”, in *Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, Paris, France, pp. 2526-2529, May 2010.

- [13] ชีรยศ เวียงทอง, สุชาดา สิทธิจงสถาพร, “ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสี่เหลี่ยมที่น้อยที่สุดแบบบรรทัด”, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 46 (EECON-46), ระเบียบ, หน้าที่ 369-372, พ.ย. 2566.
- [14] S. Sitjongsataporn, W. Chimpat, “Adaptive Step-size Normalised Least Mean Square Algorithm for Spline Adaptive Filtering”, in *Proc. IEEE International Technical Conference on Circuits/Systems, Computers and Communications (ITC-CSCC)*, pp. 544-547, 2019.
- [15] สุชาดา สิทธิจงสถาพร, กานวีย์ โภไคยอุดม, พนม เพชรจตุพร และ ชันวา ศรีประโมง, “ตัวกรองปรับตัวได้แบบสไปลน์ด้วยอัลกอริทึมกำลังสองเหลี่ยมที่น้อยที่สุดแบบบรรทัดฐาน”, *Engineering Transaction: A Research Publication of Mahanakorn University of Technology*, เล่มที่ 25, ฉบับที่ 2, ก.ค. – ธ.ค. 2565.



**สุชาดา สิทธิจงสถาพร** จบการศึกษาระดับปริญญาตรี วิทยาศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์) และ วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต (วิศวกรรมไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรม

อิเล็กทรอนิกส์ สถาบันนวัตกรรมมหานคร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ดำรงตำแหน่งรองศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ โดยหัวข้องานวิจัยที่สนใจ ได้แก่ การประมวลผลขั้นสูง (Advanced signal processing) การประมวลผลเชิงสถิติ (Statistical signal processing) การประมวลผลเชิงภาพและวิดีโอ (Image and video processing) ระบบฝังตัว (Embedded system) และอัลกอริทึมแบบปรับตัวได้ (Adaptive algorithm)

**ชีรยศ เวียงทอง** อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ดำรงตำแหน่งรองศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ โดยหัวข้องานวิจัยที่สนใจ ได้แก่ การออกแบบวงจรรวมดิจิทัล (digital IC design) การออกแบบร่วมฮาร์ดแวร์/ซอฟต์แวร์ (hardware/software co-design) ระบบฝังตัว (embedded system)

**กานวีย์ โภไคยอุดม** อาจารย์ประจำสถาบันนวัตกรรมมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ดำรงตำแหน่งรองศาสตราจารย์ สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ โดยหัวข้องานวิจัยที่สนใจ ได้แก่ เซ็นเซอร์ชีวเคมี (Bio-chemical sensor) เทคโนโลยีทางชีวการแพทย์ (Biomedical technology)