อัลกอริทึมปรับตัว LMS แปรค่าขนาดขั้นได้ที่ถูกควบคุมด้วยผลรวมของการสะสมค่าเกรเดียนต์กำลังสอง

Variable Step-size LMS Adaptive Algorithm Controlled by Summation of Squared Gradient Accumulation

ประยุทธ อินแบน*[1] ราชู พันธ์ฉลาด วุฒิพร เลิศวาสนา*****

*สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์

422 ถนน มรุพงษ์ ตำบล หน้าเมือง อำเภอ เมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา 24000 email: prayuth-inban@hotmail.com

**43/7 ถ.ประชาสำราญ เขตหนองจอก กรุงเทพมหานคร 10530 email: rachu437@gmail.com

***71/115 ต.บางเมืองใหม่ อ.เมืองสมุทรปราการ จ.สมุทรปราการ 10270 email: wuthwassana@gmail.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนออัลกอริทึม LMS แปรค่าขนาดขั้นสำหรับปรับตัววงจรกรองเอฟไอาร์แบบปรับตัว ซึ่งอัลกอริทึมปรับค่าขนาดขั้นจะทำงานอยู่บนพื้นฐานของฟังก์ชันผลรวมของค่าการสะสมเกรเดียนต์กำลังสอง โดยมุ่งหมายเพื่อให้อัลกอริทึมปรับตัวมีอัตราการลู่ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองสูงที่สถานะชั่วครู่ และให้ค่าความคลาดเคลื่อนในกระบวนการปรับตัวต่ำที่สถานะอยู่ตัวของอัลกอริทึม ผลจากการจำลองแบบระบบแสดงให้เห็นว่าอัลกอริทึมที่นำเสนอสามารถให้สมรรถนะได้ตามจุดประสงค์และมีความคงทนต่อสัญญาณรบกวนที่ดีเมื่อเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมอื่น

คำสำคัญ: อัลกอริทึม LMS แปรขนาดขั้น ฟังก์ชันเกรเดียนต์ วงจรกรองเอฟไอาร์แบบปรับตัว

Abstract

This paper presents a variable step-size least mean square (LMS) algorithm for adapting an adaptive finite impulse response (FIR) filter. The proposed algorithm performs to adjust the step-size parameter based on summation function of squared gradient accumulation. The algorithm is intended to produce high convergent rate in transient state and low misadjustment in steady state. The simulation results have shown that the proposed algorithm can provide the performance for such intention. Furthermore, it is very well robust in noise signal compared with other algorithms.

Keyword: Variable step-size LMS algorithm, gradient function, adaptive FIR filter

1. บทนำ

LMS (Least mean square) เป็นอัลกอริทึมปรับตัววงจรกรองแบบปรับตัวที่มีรูปแบบของอัลกอริทึมเรียบง่าย ความซับซ้อนในการคำนวณต่ำ และมีสมรรถนะในการทำงานอยู่ในระดับที่ดี ซึ่งถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในหลาย ๆ ด้านค่อนข้างกว้างขวาง เช่น การกำจัดสัญญาณรบกวนในระบบเครื่องมือวัดทางการแพทย์ การกำจัดสัญญาณรบกวนในระบบขยายเสียง และระบบสายอากาศแบบปรับรูปแบบการแผ่พลังงานคลื่นสัญญาณได้ (Adaptive beamforming) [1] นอกจากนั้นได้มีการนำอัลกอริทึมดังกล่าวไปประยุกต์ใช้กับระบบการประมาณช่องสัญญาณสื่อสารแบบปรับตัว (Adaptive channel estimation) [2] และระบบทำนายเส้นทางบนโครงข่ายตัวตรวจรู้แบบไร้สาย (Wireless sensor network) [3] อีกด้วย

เนื่องจากขนาดขั้น (Step size) มีค่าคงที่ใด ๆ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์สำคัญของอัลกอริทึม LMS ที่กำหนดเสถียรภาพ ความเร็วในการลู่คำตอบ (Convergent speed) และค่าความคลาดเคลื่อนในกระบวนการปรับตัว (Misadjustment) เมื่อทำการกำหนดค่าขนาดขั้นให้มีค่าสูงจะทำให้อัลกอริทึมปรับตัวในช่วงสถานะชั่วครู่ (Transient state) มีความเร็วในการลู่คำตอบที่สูง แต่จะให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัวที่สูงด้วยเช่นกันเมื่ออัลกอริทึมลู่เข้าสู่สถานะอยู่ตัวแล้ว (Steady state) และในทางกลับกันถ้ากำหนดขนาดขั้นให้มีค่าต่ำจะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัวของอัลกอริทึมมีค่าต่ำแต่จะส่งผลให้ความเร็วในการลู่คำตอบมีค่าต่ำเช่นเดียวกัน ดังนั้นในการประยุกต์ใช้อัลกอริทึมจึงต้องกำหนดค่าขนาดขั้นให้เหมาะสมระหว่างความเร็วในการลู่และค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัว ซึ่งขึ้นอยู่กับแต่ละลักษณะของการประยุกต์ใช้งาน และสิ่งนี้เป็นข้อจำกัดของอัลกอริทึมปรับตัว LMS ขนาดขั้นคงที่แบบดั้งเดิม (Fixed step size LMS) หรือ FSS-LMS

ที่ผ่านมามีหลายบทความวิจัยได้นำเสนออัลกอริทึมปรับตัวแบบ LMS แปรค่าขนาดขั้นได้ (Variable step size LMS) หรือ VSS-LMS เพื่อทำให้อัลกอริทึมมีความเร็วในการลู่คำตอบสูงขึ้นและมีค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัวลดลง กล่าวคือในช่วงสถานะชั่วครู่ของอัลกอริทึม ขนาดขั้นจะถูกปรับให้มีค่าสูงเพื่อเพิ่มความเร็วในการลู่ ขณะที่ขนาดขั้นจะถูกลดค่าให้ต่ำลงเมื่ออัลกอริทึมลู่เข้าสู่สถานะอยู่ตัวเพื่อลดค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัว โดยบทความที่ [4] นำเสนออัลกอริทึม VSS-LMS ที่ปรับขนาดขั้นอยู่บนพื้นฐานค่าอัตสหสัมพันธ์

The manuscript received July 12, 2020; revised November 1, 2020; accepted December 21, 2020; available online August 31, 2021.
*Corresponding author: ราชู พันธ์ฉลาด, สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์ (E-mail: rachu437@gmail.com)

สัญญาณผิดพลาด (Error autocorrelation) และถูกพัฒนาให้อัลกอริทึมมีสมรรถนะความคงทนต่อสัญญาณรบกวนที่ดีขึ้นโดยบทความที่ [5] และบทความที่ [8] นำเสนออัลกอริทึม LMS ที่ปรับขนาดขั้นอยู่บนพื้นฐานของสัญญาณผิดพลาดเฉลี่ยสัมบูรณ์ (Absolute average error-based adjusted step size LMS) หรือ AAE-ASS แต่อัลกอริทึมดังกล่าวมีสมรรถนะที่ต่ำเมื่อระบบมีค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio) หรือ SNR ที่ระดับต่ำ จากนั้นบทความที่ [9] ได้นำเสนออัลกอริทึม LMS ปรับขนาดขั้นด้วยเกณฑ์ของค่าอัตสหสัมพันธ์สัญญาณผิดพลาดกำลังสอง (Variable step size algorithm based on squared error autocorrelation) หรือ VSS-SEA ซึ่งพัฒนาอยู่บนพื้นฐานของอัลกอริทึมในบทความที่ [5] โดยอัลกอริทึมจะมีความเร็วในการลู่ที่สูงและมีค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัวที่ต่ำ แต่อัลกอริทึมจะมีค่าความคลาดเคลื่อนการปรับตัวสูงขึ้นเมื่อระบบมีค่า SNR ระดับต่ำ นอกจากนั้นบทความที่ [6] ได้นำเสนออัลกอริทึม LMS ที่ปรับขนาดขั้นอยู่บนพื้นฐานของค่าเกรเดียนต์ ซึ่งให้สมรรถนะที่ดีที่ค่า SNR ของระบบต่ำ และบทความที่ [7] นำเสนออัลกอริทึม LMS แปรขนาดขั้นได้ซึ่งพัฒนามาจากหลักการของบทความที่ [4] และ [6] ที่ทำงานอยู่บนพื้นฐานของค่าอัตสหสัมพันธ์สัญญาณผิดพลาดที่ถูกถ่วงน้ำหนักด้วยค่าเกรเดียนต์เฉลี่ย (Variable step size algorithm with a gradient-based weighted average) หรือ VSS-GWA ทำให้อัลกอริทึมปรับตัวมีสมรรถนะดีขึ้น อย่างไรก็ตามเนื่องจากอัลกอริทึมอาศัยสัญญาณผิดพลาดเป็นเกณฑ์ในการปรับตัว ดังนั้นอัลกอริทึมจึงมีสมรรถนะด้อยลงเมื่อระบบมีค่า SNR ที่อยู่ในระดับต่ำมาก

บทความนี้นำเสนออัลกอริทึม LMS แปรค่าขนาดขั้นสำหรับปรับตัววงจรกรองเอฟไอาร์แบบปรับตัว ซึ่งอัลกอริทึมที่นำเสนอจะทำงานอยู่บนพื้นฐานของฟังก์ชันผลรวมของการสะสมค่าเกรเดียนต์กำลังสอง โดยพัฒนามาจากอัลกอริทึมในบทความที่ [7] เพื่อทำให้มีสมรรถนะที่สูงขึ้นเมื่อระบบมีค่า SNR ในระดับต่ำ

2. อัลกอริทึมที่นำเสนอ

วงจรกรองเอฟไอาร์แบบปรับตัวที่มีอัลกอริทึมปรับตัวแบบ LMS ชนิดแปรค่าขนาดขั้นได้ มีรูปแบบทั่วไปของอัลกอริทึมแสดงดังสมการ

$$\mathbf{a}(n+1) = \mathbf{a}(n) + \mu(n)e(n)\mathbf{x}(n) \tag{1}$$

$$\mathbf{a}(n) = [a_0(n)\ \ a_1(n)\ \ a_2(n) \cdots a_{N-1}(n)]^T \tag{2}$$

$$\mathbf{x}(n) = [x(n)\ \ x(n-1) \cdots x(n-N+1)]^T \tag{3}$$

เมื่อ $\mathbf{a}(n)$ และ $\mathbf{x}(n)$ เป็นเวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์และเวกเตอร์สัญญาณอินพุตของวงจรกรอง ตามลำดับ และ $e(n)\mathbf{x}(n)$ คือเวกเตอร์ฟังก์ชันเกรเดียนต์จากการประมาณค่าด้วย LMS โดย $e(n)$ คือสเกลาร์ของสัญญาณผิดพลาดที่มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$e(n) = d(n) - y(n) \tag{4}$$

$$y(n) = \mathbf{a}^T(n)\mathbf{x}(n) \tag{5}$$

เมื่อ $d(n)$ คือสเกลาร์สัญญาณที่มีผลตอบสนองตามต้องการ (Desired response) และ $y(n)$ คือสเกลาร์สัญญาณเอาต์พุตของวงจรกรอง

จากสมการที่ (1) $\mu(n)$ เป็นสเกลาร์ของขนาดขั้นที่แปรค่าตามเวลา ซึ่งในบทความนี้จะขอนำเสนออัลกอริทึมปรับค่าขนาดขั้นที่มีรูปแบบของสมการดังนี้

$$\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma\mathbf{g}^T(n)\mathbf{g}(n) \tag{6}$$

$$\mathbf{g}(n) = [g_0(n)\ \ g_1(n)\ \ g_2(n) \cdots g_{N-1}(n)]^T \tag{7}$$

เมื่อ α และ γ เป็นค่าคงใด ๆ โดย α มีค่าอยู่ในช่วง $0 < \alpha < 1$ เป็นพารามิเตอร์ที่ควบคุมการถดถอยแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential regression) และ γ ($\gamma > 0$) ควบคุมการกระเพื่อม (Fluctuation) ของค่าขนาดขั้นจากการปรับของอัลกอริทึม และ $\mathbf{g}(n)$ คือเวกเตอร์การสะสมค่าเกรเดียนต์ที่แปรค่าตามเวลาด้วยอัลกอริทึมที่นำเสนอดังนี้

$$\mathbf{g}(n) = \alpha\mathbf{g}(n-1) + \beta e(n-1)\mathbf{x}(n-1) \tag{8}$$

เมื่อ β เป็นค่าพารามิเตอร์คงที่ ($\beta > 0$) ที่ควบคุมความราบเรียบ (Smoothness) ของเวกเตอร์สะสมเกรเดียนต์ที่อัลกอริทึมปรับได้

เมื่อทำการพิจารณาสมการที่ (8) ตามลำดับของดัชนีเวลา (Discrete time index) กล่าวคือ $n = 0, 1, 2, \ldots$ ทำให้สามารถแสดงสมการดังกล่าวได้ในอีกรูปแบบ นั่นคือ

$$\mathbf{g}(n) = \beta\sum_{k=0}^{n}\alpha^{n-k}e(k-1)\mathbf{x}(k-1), n = 1, 2, 3, \ldots \tag{9}$$

โดยที่เวลาเริ่มต้น $\mathbf{g}(0) = \mathbf{0}$ ซึ่งจากสมการแสดงให้เห็นว่า $\mathbf{g}(n)$ คือเวกเตอร์การสะสมค่าเกรเดียนต์ โดยมีค่า α เป็นตัวกำหนดการถดถอยของฟังก์ชันแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล และค่า β เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก (Weighting factor) เพื่อกำหนดค่าความราบเรียบของฟังก์ชัน

เมื่อพิจารณาพจน์สุดท้ายของสมการที่ (6) จะเห็นได้ว่าการคูณกันของเวกเตอร์สะสมเกรเดียนต์เป็นการคูณแบบจุด (Dot product) ซึ่งจะให้ผลการคูณเป็นปริมาณสเกลาร์ ดังนั้นถ้ากำหนดให้ $\rho(n) = \mathbf{g}^T(n)\mathbf{g}(n)$ จะสามารถแสดงสมการที่ (6) ในรูปใหม่เป็น

$$\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma\rho(n) \tag{10}$$

จากนั้นเมื่อทำการพิจารณาสมการข้างต้นตามลำดับของดัชนีเวลากล่าวคือ $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ ก็จะให้รูปแบบสมการของการปรับขนาดขั้นมีอีกรูปแบบดังนี้

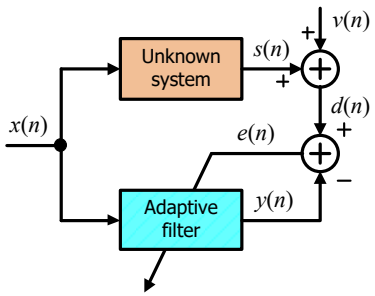
$$\mu(n) = \gamma\sum_{i=0}^{n-1}\alpha^{n-i-1}\rho(i), n = 1, 2, 3, \ldots \tag{11}$$

โดยค่าขนาดขั้นที่เวลาเริ่มต้น $\mu(0) = 0$ และจากสมการจะเห็นได้ว่าการแปรค่าของขนาดขั้นจะอยู่ในรูปฟังก์ชันการสะสมผลรวมของค่าการ

สะสมเกรเดียนต์กำลังสองที่แปรค่าตามเวลา โดยมี α กำหนดการถดถอยแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลและ γ ควบคุมการกระเพื่อมของฟังก์ชัน ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า อัลกอริทึมปรับตัววงจรกรองเอฟไออาร์แบบ LMS ที่แปรค่าขนาดขั้นได้ที่นำเสนอจะถูกควบคุมด้วยฟังก์ชันผลรวมของการสะสมค่าเกรเดียนต์กำลังสอง

3. การจำลองแบบระบบ

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการจำลองแบบการทำงานอัลกอริทึมที่นำเสนอเพื่อตรวจสอบสมรรถนะของอัลกอริทึมตามแนวคิดที่นำเสนอ นอกจากนั้น



รูปที่ 1 แบบจำลองการหาเอกลักษณ์ระบบ

จะทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของอัลกอริทึมที่นำเสนอกับอัลกอริทึมอื่น เช่น อัลกอริทึม FSS-LMS อัลกอริทึม VSS-SEA และอัลกอริทึม VSS-GWA โดยอาศัยแบบจำลองการหาเอกลักษณ์ระบบ ดังรูปที่ 1

3.1 สมรรถนะของอัลกอริทึมที่นำเสนอ

จากรูปที่ 1 $x(n)$ และ $v(n)$ เป็นกระบวนการสุ่มแบบเกาส์ขาว (White Gaussian random process) มีค่าเฉลี่ยทางสถิติเท่ากับศูนย์ โดย $x(n)$ มีค่าความแปรปรวน (Variance) $\sigma_x^2 = 1$ และ $v(n)$ มีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_v^2 ใด ๆ สำหรับสัญญาณที่มีผลตอบสนองตามต้องการ $d(n)$ จะประกอบไปด้วยสัญญาณ $s(n)$ จากเอาต์พุตของระบบไม่ทราบค่า (Unknown system) ถูกรบกวนด้วยสัญญาณ $v(n)$ โดยในการจำลองแบบนี้กำหนดให้ค่า SNR = 5 dB และสมมติให้ระบบที่ไม่ทราบค่ามีค่าสัมประสิทธิ์ตามเงื่อนไขดังสมการ

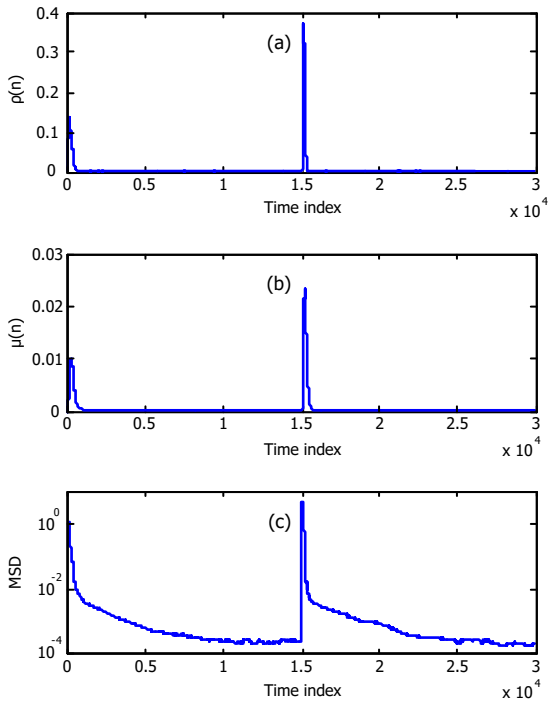
$$\mathbf{a}_o = \begin{cases} [1,\ 0.5,\ -0.1,\ 0.01], 0 \le n < 15000 \\ [-1,\ -0.5,\ 0.1,\ -0.01], 15000 \le n < 30000 \end{cases} \tag{12}$$

กำหนดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของอัลกอริทึมที่นำเสนอดังนี้ $\alpha = 0.99$ $\gamma = 1\times10^{-3}$ และ $\beta = 5\times10^{-3}$ ตามลำดับ และกำหนดจำนวนสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองเอฟไออาร์แบบปรับตัวเท่ากับจำนวนสัมประสิทธิ์ของระบบที่ไม่ทราบค่า โดยกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองที่เวลาเริ่มต้นคือ $\mathbf{a}(0) = \mathbf{0}$ จากนั้นทำการจำลองแบบ 100 ครั้ง อย่างอิสระแก่กันเพื่อนำผลที่ได้ไปหาค่าเฉลี่ยเอนเซมเบิล (Ensemble average) ให้ผลจากการจำลองแบบระบบแสดงในรูปที่ 2

รูปที่ 2(a) แสดงการแปรค่า $\rho(n)$ (ผลรวมค่าสะสมเกรเดียนต์กำลังสอง) ตามเวลา รูปที่ 2(b) แสดงการแปรค่าขนาดขั้น $\mu(n)$ ตามเวลา และรูปที่ 2(c) แสดงค่าความเบี่ยงเบนของค่าสัมประสิทธิ์กำลังสองเฉลี่ย (Mean square deviation) หรือ MSD ซึ่งค่าพารามิเตอร์นี้สามารถบอกนัยของค่าความคลาดเคลื่อนในการปรับตัวของอัลกอริทึมได้ [9] แสดงดังสมการ

$$MSD = E\left[\left(\mathbf{a}(n) - \mathbf{a}_o\right)^2\right] \tag{13}$$

เมื่อ $\mathbf{a}_o$ คือเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของระบบที่ไม่ทราบค่าตามที่กำหนดในสมการที่ (12) และ $\mathbf{a}(n)$ คือเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ที่อัลกอริทึมปรับตัวประมาณค่าได้



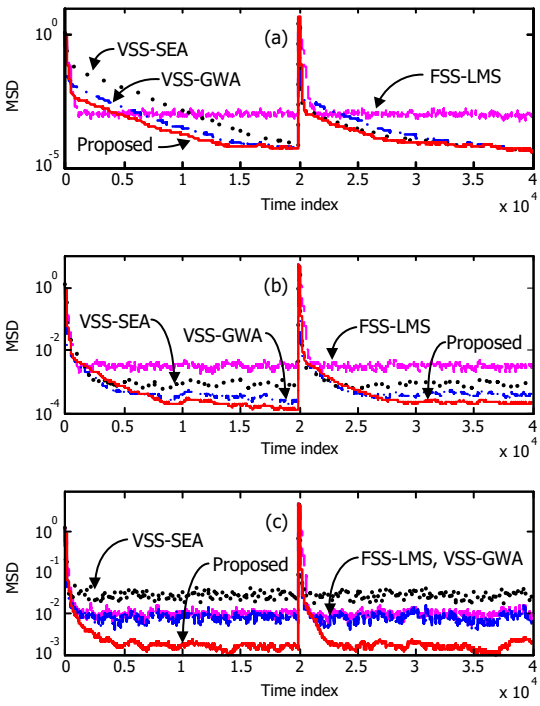
รูปที่ 2 ผลการจำลองแบบการทำงานของอัลกอริทึมที่นำเสนอ
(a) $\rho(n)$ (b) $\mu(n)$ (c) MSD

จากรูปที่ 2(b) จะเห็นได้ว่า $\mu(n)$ จะแปรค่าทางขนาดตามการแปรค่า $\rho(n)$ ตามเวลาดังรูปที่ 2(a) นั่นหมายถึงการแปรค่าของขนาดขั้นจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันผลรวมของการสะสมเกรเดียนต์กำลังสองที่แปรตามเวลา ดังนิยามในสมการที่ (11) ซึ่งในช่วงสถานะชั่วครู่ของอัลกอริทึมในช่วงเวลา $0 \le n < 15000$ ค่า MSD ในรูปที่ 2(c) จะมีค่าสูงเนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองมีค่าแตกต่างจากค่าสัมประสิทธิ์ของระบบไม่ทราบค่าตามเงื่อนไขแรกของสมการที่ (12) จึงทำให้ค่าเกรเดียนต์มีค่าสูงดังรูปที่ 2(a) และส่งผลให้ขนาดขั้น $\mu(n)$ มีค่าสูงตามฟังก์ชัน $\rho(n)$ ดังรูปที่ 2(b) ซึ่งจะทำให้การปรับตัวของอัลกอริทึมลู่เข้าสู่คำตอบที่เร็วขึ้น เมื่ออัลกอริทึมลู่ค่าสัมประสิทธิ์เข้าสู่ค่าเหมาะที่สุด (Optimum solution) จะทำให้ค่าเกรเดียนต์เข้าสู่ศูนย์และส่งผลให้ขนาดขั้นมีค่าลดต่ำลงซึ่งจะทำให้ค่า MSD มีค่าลดลงที่สถานะอยู่ตัวของอัลกอริทึมดังรูปที่ 2(c)

สำหรับช่วงเวลา $15000 \le n < 30000$ ค่าสัมประสิทธิ์ของระบบที่ไม่ทราบค่าเปลี่ยนตามเงื่อนไขที่สองของสมการที่ (12) ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงคำตอบเหมาะที่สุดของอัลกอริทึม ส่งผลให้ค่า MSD เพิ่มสูงขึ้น ค่าเกรเดียนต์กลับมาสูงขึ้นอีกครั้ง และทำให้ขนาดขั้นของอัลกอริทึมมีค่าสูงขึ้นตาม $\rho(n)$ ทำให้อัลกอริทึมปรับตัวให้ลู่ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองเข้าสู่คำตอบเหมาะที่สุดอีกครั้ง

3.2 การเปรียบเทียบสมรรถนะของอัลกอริทึม

หัวข้อนี้นำเสนอการเปรียบเทียบสมรรถนะของอัลกอริทึมที่นำเสนอกับอัลกอริทึม FSS-LMS อัลกอริทึม VSS-SEA และอัลกอริทึม VSS-GWA ด้วยแบบจำลองการหาเอกลักษณ์ระบบดังรูปที่ 1 และอาศัยเงื่อนไข



รูปที่ 3 การเปรียบเทียบค่า MSD ของแต่ละอัลกอริทึม

(a) SNR 10 dB (b) SNR 5 dB (c) SNR 0 dB

การจำลองเหมือนกับหัวข้อที่ 3.1 นอกจากนั้นกำหนดค่าพารามิเตอร์ของแต่อัลกอริทึมเพื่อทำให้มีอัตราการลู่คำตอบที่ใกล้เคียงกันเพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาเปรียบเทียบค่า MSD ของแต่ละอัลกอริทึม สำหรับอัลกอริทึม FSS-LMS กำหนดให้ $\mu = 0.004$ อัลกอริทึม VSS-SEA กำหนดให้ $\alpha = 0.97$ $\gamma = 2\times10^{-4}$ และ $\beta = 0.99$ อัลกอริทึม VSS-GWA กำหนดให้ $\alpha = 0.98$ $\gamma = 2\times10^{-3}$ และ $\beta = 0.99$ และอัลกอริทึมที่นำเสนอกำหนดค่าพารามิเตอร์เหมือนกับหัวข้อที่ 3.1 โดยกำหนดค่า SNR ของระบบเท่ากับ 10 dB 5 dB และ 0 dB ตามลำดับ ให้ค่า MSD แสดงเปรียบเทียบกันดังรูปที่ 3 ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่าที่ SNR ของระบบมีค่าสูงอัลกอริทึมที่นำเสนอจะให้ค่า MSD ที่สถานะอยู่ตัวใกล้เคียงกับอัลกอริทึม VSS-SEA และ VSS-GWA แต่ให้ค่า MSD ต่ำกว่า FSS-LMS ดังแสดงในรูปที่ 3(a) เมื่อระบบมีค่า SNR ในระดับต่ำ อัลกอริทึมที่นำเสนอจะให้ค่า MSD ที่สถานะอยู่ตัวในระดับต่ำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมอื่น ดังแสดงในรูปที่ 3(c) นั่นหมายถึงอัลกอริทึมที่นำเสนอมีค่าความคลาดเคลื่อนในกระบวนการปรับตัวต่ำถึงแม้ในระบบจะมีค่า SNR ในระดับต่ำ หรืออาจจะกล่าวได้ว่าอัลกอริทึมที่นำเสนอมีความคงทนต่อสัญญาณรบกวนได้ดีเมื่อเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมอื่น

4. บทสรุป

อัลกอริทึม LMS ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในหลาย ๆ ด้านของระบบประมวลสัญญาณดิจิตอลแบบปรับตัว ที่ผ่านมามีหลาย ๆ บทความวิจัยได้พัฒนาและนำเสนออัลกอริทึม LMS แปรขนาดขั้นได้ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อทำให้อัลกอริทึมมีความเร็วในการลู่คำตอบที่สถานะชั่วครู่สูงขึ้นและมีค่าความคลาดเคลื่อนในกระบวนการปรับตัวที่สถานะอยู่ตัวต่ำลง ซึ่งแต่ละอัลกอริทึมให้สมรรถนะที่ดีเมื่อระบบมีค่า SNR อยู่ในระดับสูง

บทความนี้นำเสนออัลกอริทึม LMS แปรค่าขนาดขั้นได้ที่ทำงานอยู่บนพื้นฐานของฟังก์ชันการสะสมผลรวมของค่าการสะสมเกรเดียนต์กำลังสอง โดยมุ่งหมายเพื่อทำให้อัลกอริทึมยังคงมีสมรรถนะที่ดีเมื่อระบบมีค่า SNR ในระดับต่ำ ซึ่งผลจากการจำลองแบบการทำงานระบบด้วยแบบจำลองการหาเอกลักษณ์ระบบแสดงให้เห็นว่าอัลกอริทึมที่นำเสนอมีความคงทนต่อสัญญาณรบกวนได้ดีเมื่อเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมอื่น

เอกสารอ้างอิง

[1] B. Widrow, *et al*., “Adaptive Noise Canceling: Principles and Applications,” *Proc. IEEE*, Vol. 63, no. 12, Dec. 1975, pp. 1692–1716.

[2] G. Gui and F. Adachi, “Improved least mean square algorithm with application to adaptive sparse channel estimation,” *EURASIP J. Wireless Comm. and Networking*, vol. 2013, no. 204, 2013, pp. 1–18.

[3] W. Xia and Y. Wang, “A variable step-size diffusion LMS algorithm over networks with noisy links,” *Signal Processing*, vol. 148, 2018, pp. 205–213.

[4] R. H. Kwong and E. W. Johnston, “Variable step size LMS algorithm,” *IEEE Trans. Signal Process*., vol. 40, no. 7, July 1992, pp. 1633–1642.

[5] T. Aboulnasr and K. Mayyas, “A robust variable step-size LMS-type algorithm: analysis and simulations,” *IEEE Trans. Signal Process*., vol. 45, no. 3, March 1997, pp. 631–639.

[6] V. J. Mathews and Z. Xie, “A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size,” *IEEE Trans. Signal Process*. Vol. 41, no. 6, 1993, pp. 2075–2087.

[7] J. Hwang and Y. Li, “Variable step-size LMS algorithm with a gradient-based weighted average,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 16, no. 12, 2009, pp. 1043–1046.

[8] T. Mjamel. and H. A. Mohamed, “Noise canceller using new modified adaptive step size LMS algorithm,” *WSEAS Trans. Signal Process*., vol. 10, 2014, pp. 637–644.

[9] W. Loedwassana, "A variable step size algorithm of LMS algorithm based on squared autocorrelation criterion," *The 2019 International Electrical Engineering Congress* (*i*EECON2019), vol.1, March 2019, pp. DSP37–DSP40.